

## 第二讲 有理数乘除和乘方运算

### 一、有理数的乘法

#### 1. 有理数的乘法法则

两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘；任何数与0相乘都得0。

几个不是的数相乘，负因数的个数是偶数时，积为正数；负因数的个数是奇数时，积为负数，即“奇负偶正”；几个数相乘，如果其中有因数为0，那么积等于0。

 举个“栗子”

 栗子1

1. 计算 $16 \times 12$ 的结果等于\_\_\_\_\_

【答案】 192

【解析】  $16 \times 12 = 192$

【标注】 【知识点】 有理数乘法运算

2. 计算： $1\frac{1}{3} \times 0.75$ 。

【备注】 在进行乘法运算时，带分数要化成假分数，以便于约分。分数与小数相乘时，要根据两个数的特点，统一成分数或小数。

【答案】 1。

【解析】  $1\frac{1}{3} \times 0.75 = \frac{4}{3} \times \frac{3}{4} = 1$ 。

【标注】 【知识点】 有理数乘法运算

3. 计算： $\left(-\frac{1}{8}\right) \times (-4) = ( \quad )$ 。

A.  $\frac{1}{2}$

B. 2

C. -2

D.  $-\frac{1}{2}$

【备注】 乘法运算的最后结果一定是最简分数或整数。

**【答案】** A

**【解析】**  $\left(-\frac{1}{8}\right) \times (-4) = \frac{1}{2}$  .

故选A .

**【标注】**【知识点】有理数乘法运算

4. 计算： $(-17) \times \left(-3\frac{1}{17}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$  .

**【备注】** 第一个负因数可以不带括号，但后面的负因数必须带括号，例如 $-12 \times (-13)$ 不能写成 $-12 \times -13$  .

**【答案】** 52

**【解析】**  $(-17) \times \left(-3\frac{1}{17}\right) = (-17) \times \left(-\frac{52}{17}\right) = 52$  .

**【标注】**【知识点】有理数乘法运算

## 栗子2

5. 计算 $4 \times (-9)$ 的结果等于 ( ) .

A. 32

B. -32

C. 36

D. -36

**【备注】** 异号两数相乘结果得负

**【答案】** D

**【解析】**  $4 \times (-9) = -4 \times 9 = -36$  .

**【标注】**【知识点】有理数乘法运算

6. 有理数基本运算 ( 直接写答案 )

( 1 )  $\frac{5}{4} \times \left(-\frac{8}{15}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$  .

**【答案】** ( 1 )  $-\frac{2}{3}$

**【解析】** ( 1 ) 原式  $= \frac{5}{4} \times \left(-\frac{8}{15}\right) = -\frac{2}{3}$  .

**【标注】**【知识点】有理数除法运算

7.  $\left(-1\frac{1}{4}\right) \times (+1.2) = \underline{\hspace{2cm}}$  .

**【答案】**  $-\frac{3}{2}$

**【解析】** 原式  $= -\frac{5}{4} \times \frac{6}{5} = -\frac{3}{2}$  .

**【标注】**【知识点】有理数乘法运算

### 栗子3

8. 若  $mn > 0$  , 则  $m, n$  ( ) .

A. 都为正

B. 都为负

C. 同号

D. 异号

**【备注】**  $m, n$  可以是正数、负数，需要分类讨论。

**【答案】** C

**【解析】** 由题意可得： $mn > 0$  ,

$\therefore m$  和  $n$  同号 .

故选：C .

**【标注】**【知识点】有理数的乘法法则

### 栗子4

9. 下列各式中，积为负的是 ( ) .

A.  $-1 \times (-2) \times 3 \times 4$

B.  $-7 \times (-6) \times (-5) \times 4$

C.  $-3 \times (-9) \times 0 \times (-8)$

D.  $-\frac{1}{2} \times (-2) \times \left(-\frac{1}{3}\right) \times (-3)$

**【备注】** 此类题先确定结果正负，再把绝对值相乘；结果得正负，数负因数的个数即可，奇负偶正

**【答案】** B

**【解析】** A 选项： $-1 \times (-2) \times 3 \times 4$  , 有2个负数，积为正数，故A不符合题意；

B 选项： $-7 \times (-6) \times (-5) \times 4$  , 有3个负数，积为负数，故B符合题意；

C 选项： $-3 \times (-9) \times 0 \times (-8) = 0$  , 故C不符合题意；

D 选项：

$-\frac{1}{2} \times (-2) \times \left(-\frac{1}{3}\right) \times (-3)$ ，有4个负数，积为正数，故D不符合题意。

故选 B。

**【标注】**【知识点】有理数乘法运算

10. 计算： $(-3) \times \left(-\frac{7}{5}\right) \times \left(-\frac{1}{3}\right) \times \frac{4}{7}$ 。

**【备注】**先确定乘积的符号，再适当运用乘法交换律和乘法结合律，把能够凑整、便于约分的数结合在一起，进行简便计算。

**【答案】** $-\frac{4}{5}$ 。

**【解析】**
$$\begin{aligned} & (-3) \times \left(-\frac{7}{5}\right) \times \left(-\frac{1}{3}\right) \times \frac{4}{7} \\ &= \left[(-3) \times \left(-\frac{1}{3}\right)\right] \times \left[\left(-\frac{7}{5}\right) \times \frac{4}{7}\right] \\ &= 1 \times \left(-\frac{4}{5}\right) \\ &= -\frac{4}{5}。 \end{aligned}$$

**【标注】**【知识点】有理数乘法运算

11. 计算： $-0.4 \times \left(-1\frac{1}{3}\right) \times \left(-2\frac{1}{2}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

**【备注】**在乘法运算中，一般先把式子中所有的小数化为分数，带分数化为假分数，然后再确定符号，并把绝对值相乘。

**【答案】** $-\frac{4}{3}$

**【解析】**原式 $= -\frac{2}{5} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{2} = -\frac{4}{3}$ 。  
故答案为： $-\frac{4}{3}$ 。

**【标注】**【知识点】有理数乘法运算

12. 计算： $3.2 \times (-2016) \times 0 \times 1.2 = \underline{\hspace{2cm}}$

**【备注】**几个数相乘，如果其中有因数为0，那么积等于0；同样，若积为零，则至少有一个因数为零。

**【答案】**0

【解析】 $3.2 \times (-2016) \times 0 \times 1.2 = 0$  .

【标注】【知识点】有理数乘法运算

## 2. 有理数的乘法运算律

| 运算律   | 文字表达                                 | 符号语言                                  |
|-------|--------------------------------------|---------------------------------------|
| 乘法交换律 | 两个数相乘，交换因数的位置，____相等                 | $ab = \underline{\hspace{2cm}}$       |
| 乘法结合律 | 三个数相乘，先把____相乘，或者先把____相乘，____相等     | $(ab)c = \underline{\hspace{2cm}}$    |
| 分配律   | 一个数同两个数的和相乘，等于把这个数分别同____相乘，再把____相加 | $a(b + c) = \underline{\hspace{2cm}}$ |

【备注】

| 运算律   | 文字表达                              | 符号语言                 |
|-------|-----------------------------------|----------------------|
| 乘法交换律 | 两个数相乘，交换因数的位置，积相等                 | $ab = ba$            |
| 乘法结合律 | 三个数相乘，先把前两个数相乘，或者先把后两个数相乘，积相等     | $(ab)c = a(bc)$      |
| 分配律   | 一个数同两个数的和相乘，等于把这个数分别同这两个数相乘，再把积相加 | $a(b + c) = ab + ac$ |

有理数的乘法交换律或乘法结合律一般不单独用，交换的目的是为了更好地结合 .

栗子5

13.  $-\frac{4}{5} \times (10 - 1\frac{1}{4} + 0.05) = -8 + 1 - 0.04$ ，这个运算应用了( ) .

- A. 加法结合律      B. 乘法结合律      C. 乘法交换律      D. 分配律

【答案】D

【解析】 $-\frac{4}{5} \times (10 - 1\frac{1}{4} + 0.05) = -8 + 1 - 0.04$ ，利用了乘法分配律 .

故选D .

【标注】【知识点】有理数的乘法运算律

栗子6

14. 计算： $99 \times (-25) \times (-4) = \underline{\hspace{2cm}}$  .

**【备注】**先观察因数是否有可约分、相乘后可“凑整”，用结合律计算，以便简便计算。

**【答案】** 9900

**【解析】**  $99 \times (-25) \times (-4)$

$$= 99 \times 100$$

$$= 9900 .$$

故答案为：9900 .

**【标注】**【知识点】有理数的乘法运算律

栗子7

15. 计算： $\left(-\frac{4}{9} + \frac{5}{6} - \frac{3}{4}\right) \times (-36)$  .

**【备注】**题括号外的因数-36要带着性质符号与括号内的各项相乘，且不要忽略了括号内各加数的符号；乘法分配律变号问题，是初一失分的重点，建议做题时，先用分配律，再去括号。虽然计算步骤多了一步，但是给孩子强调了一点：**符号很重要** .

**【答案】** 13 .

**【解析】**  $\left(-\frac{4}{9} + \frac{5}{6} - \frac{3}{4}\right) \times (-36)$   
 $= -\frac{4}{9} \times (-36) + \frac{5}{6} \times (-36) + \left(-\frac{3}{4}\right) \times (-36)$   
 $= 16 + (-30) + 27$   
 $= 13 .$

**【标注】**【知识点】有理数乘法运算

16. 计算： $99\frac{71}{72} \times (-36)$  .

**【备注】**将带分数化为整数+分数的形式，再利用分配律计算，可起到化繁为简的效果 .

**【答案】** -3599.5 .

**【解析】**

$$\begin{aligned}
 \text{原式} &= \left(100 - \frac{1}{72}\right) \times (-36) \\
 &= -3600 + \frac{1}{2} \\
 &= -3599.5.
 \end{aligned}$$

【标注】【知识点】有理数乘法运算

17. 计算 .

$$(1) \left(-9\frac{24}{25}\right) \times (-125).$$

【备注】注意带分数为负数时，化成整数+分数的形式时，注意正负号

【答案】(1) 1245 .

$$\begin{aligned}
 \text{【解析】}(1) \text{ 原式} &= \left(10 - \frac{1}{25}\right) \times 125 \\
 &= 1250 - 5 \\
 &= 1245.
 \end{aligned}$$

【标注】【知识点】有理数乘法运算

## 二、有理数的除法

### 有理数的除法

倒数：乘积为\_\_\_\_\_的两个数互为倒数。

除法法则：除以一个不为0的数等于乘以这个数的\_\_\_\_\_；  
两数相除，同号得\_\_\_\_\_，异号得\_\_\_\_\_，并把\_\_\_\_\_相除；  
0除以任何数都得\_\_\_\_\_。

【备注】1、乘积是1的两个数互为倒数；正数的倒数是正数，负数的倒数是负数，**0没有倒数**。

2、除以一个不等于0的数，等于乘这个数的**倒数**。用公式表示为 $a \div b = \frac{a}{b}$  ( $b \neq 0$ )；两数相除，同号得**正**，异号得**负**，并把**绝对值**相除。0除以任何一个不等于0的数，都得**0**。

栗子8

18. 求下列各数的倒数 .

-4 的倒数是 \_\_\_\_ .  $-\frac{1}{4}$  的倒数是 \_\_\_\_ . 6 的倒数是 \_\_\_\_ .  $\left(-1\frac{5}{6}\right)$  的倒数是 \_\_\_\_ .

**【备注】** 求带分数的倒数要先把带分数化为假分数。

**【答案】**  $-\frac{1}{4}$ ; -4;  $\frac{1}{6}$ ;  $-\frac{6}{11}$

**【解析】**  $-\frac{1}{4}$ ; -4;  $\frac{1}{6}$ ;  $-\frac{6}{11}$

**【标注】** 【知识点】 倒数与负倒数

### 栗子9

19. 下列计算：① $(-15) \div 3 = -5$ ；② $(-6) \div (-2) = -3$ ；③ $1 \div (-2) = -2$ ；④ $(-2) \div \frac{1}{2} = -1$  . 其中正确的有（ ） .

A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

**【备注】** 在进行有理数除法运算时，首先确定商的符号，然后将其绝对值相除或者将除法转化为乘法进行计算

**【答案】** A

**【解析】** ① $(-15) \div 3 = -5$ ；

② $(-6) \div (-2) = 3$ ；

③ $1 \div (-2) = -\frac{1}{2}$ ；

④ $(-2) \div \frac{1}{2} = -4$ ；

只有一个正确 .

故选A .

**【标注】** 【知识点】 有理数的除法法则

### 栗子10

20. 计算 $-125\frac{5}{7} \div (-5) =$  \_\_\_\_ .

**【备注】** 如果一个带分数的整数部分和分数部分都能在与某数相乘时进行约分，则将这个带分数写成整数部分与分数部分的和，再利用分配律，这样运算较简便

**【答案】**  $25\frac{1}{7}$

**【解析】**  $-125\frac{5}{7} \div (-5)$   
 $= \left(125 + \frac{5}{7}\right) \times \frac{1}{5}$   
 $= 125 \times \frac{1}{5} + \frac{5}{7} \times \frac{1}{5}$   
 $= 25 + \frac{1}{7}$   
 $= 25\frac{1}{7}.$   
 故答案为： $25\frac{1}{7}.$

**【标注】**【知识点】有理数的除法法则

21. 计算： $\frac{1}{18} \div \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{6} - \frac{1}{2}\right).$

**【备注】**有理数除法没有交换律、结合律，更没有分配律．

**【答案】**  $\frac{1}{6}.$

**【解析】** 原式  $= \frac{1}{18} \div \frac{1}{3}$   
 $= \frac{1}{18} \times 3$   
 $= \frac{1}{6}.$

**【标注】**【能力】运算能力

【知识点】有理数除法运算

## 栗子11

22. 计算：

( 1 )  $(-0.33) \div \left(-\frac{1}{3}\right) \div (-11).$   
 ( 2 )  $\left(-2\frac{1}{3}\right) \div \left(-1\frac{1}{6}\right) \div \left(-1\frac{4}{5}\right).$

**【备注】**在确定符号的同时，将带分数化为假分数，再把除法转化为乘法，最后按乘法法则进行计算．

**【答案】** ( 1 )  $-\frac{9}{100}.$   
 ( 2 )  $-\frac{10}{9}.$

**【解析】** ( 1 )  $(-0.33) \div \left(-\frac{1}{3}\right) \div (-11)$

$$\begin{aligned}
 &= -\frac{33}{100} \times 3 \times \frac{1}{11} \\
 &= -\frac{100}{9} . \\
 (2) \quad &\left(-2\frac{1}{3}\right) \div \left(-1\frac{1}{6}\right) \div \left(-1\frac{4}{5}\right) \\
 &= -\frac{7}{3} \times \frac{6}{7} \times \frac{5}{9} \\
 &= -\frac{10}{9} .
 \end{aligned}$$

【标注】【能力】运算能力

【知识点】有理数除法运算

### 三、有理数的乘方运算

1、求 $n$ 个相同因数的 积 的运算，叫做 乘方 ；

$\underbrace{a \bullet a \bullet a \bullet a \bullet a \dots \bullet a}_{n \uparrow a}$  记为  $a^n$ ，读作 “ $a$  的  $n$  次方”，当  $a^n$  看作  $a$  的  $n$  次方的结果时，也可读

作 “ $a$  的  $n$  次幂”。

2、在  $a^n$  中， $a$  叫做 底数， $n$  叫做 指数，是指因数的个数。

3、乘方运算的符号规律：正数的任何次幂都是 正数，负数的奇次幂是 负数，负数的偶次幂是 正数，0 的任何正整数次幂都是 0。

#### 栗子12

23. 下列计算正确的是 ( )。

A.  $2 + 2 + 2 + 2 = 2^2 = 16$

B.  $3^3 = 3 \times 3 = 9$

C.  $-6^2 = (-6)^2 = 36$

D.  $\left(-\frac{2}{5}\right)^3 = \left(-\frac{2}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{5}\right) = -\frac{8}{125}$

【备注】强调  $2+2+2+2=2 \times 4$  (4个2相加) 与  $2 \times 2 \times 2 \times 2=2^4$  (4个2相乘) 区别。

【答案】D

【解析】A、 $2+2+2+2=2 \times 4=8$ ，错误；B、 $3^3=3 \times 3 \times 3=27$ ，错误；C、 $-6^2=-36$ ，错误；D、 $\left(-\frac{2}{5}\right)^3=\left(-\frac{2}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{5}\right) \times \left(-\frac{2}{5}\right)=-\frac{8}{125}$ ，正确。

【标注】【能力】运算能力

【知识点】有理数加法运算

【知识点】有理数乘方运算

24. 计算：

$$\begin{array}{lll} (1) (-1)^4 = \underline{\quad\quad} & (-3)^4 = \underline{\quad\quad} & -3^4 = \underline{\quad\quad} \\ \left(-\frac{3}{2}\right)^3 = \underline{\quad\quad} & -\frac{3^3}{2} = \underline{\quad\quad} & (-a)^2 = \underline{\quad\quad} \\ -(-2^2) = \underline{\quad\quad} & -(-2)^3 = \underline{\quad\quad} & -(-2)^2 = \underline{\quad\quad} \end{array}$$

(2) 平方等于本身的数是  $\underline{\quad\quad}$ ，立方等于本身的数是  $\underline{\quad\quad}$ 。

【备注】1、强调 $(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$ 与 $-3^4 = -(3 \times 3 \times 3 \times 3)$ 的区别

$\left(-\frac{3}{2}\right)^2 = \left(-\frac{3}{2}\right) \times \left(-\frac{3}{2}\right)$ 与 $-\frac{3^2}{2} = -\frac{3 \times 3}{2}$ 的区别。

2、分数的乘方，相当于分子、分母分别乘方。当求带分数的乘方时，必须先把带分数化成假分数。

【答案】(1)  $1; 81; -81; -\frac{27}{8}; -\frac{27}{2}; a^2; 4; 8; -4$

(2)  $0, 1; 0, \pm 1$

【标注】【知识点】有理数乘方运算

【能力】运算能力

|| 独步天下

25. 计算 $(-2)^{11} + (-2)^{10}$ 的值是 ( )。

A. 0

B. -2

C.  $(-2)^{21}$

D.  $-2^{10}$

【答案】D

【解析】 $(-2)^{11} + (-2)^{10}$   
 $= (-2)^{10} \times [(-2) + 1]$   
 $= (-2)^{10} \times (-2 + 1)$   
 $= 2^{10} \times (-1)$   
 $= -2^{10}.$

故选D。

【标注】【知识点】含乘方的有理数混合运算

## 四、科学记数法和近似数

### 1. 科学记数法

科学记数法：把一个大于10的数表示成  $a \times 10^n$  的形式 ( $1 \leq a < 10$ ,  $n$  是正整数) .

比如,  $1000 = 10 \times 10 \times 10 = 10^3$ ,  $100000 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^5$  等, 所以  $8000 = 8 \times 1000 = 8 \times 10^3$ ,  $150000 = 1.5 \times 100000 = 1.5 \times 10^5$  等等 .

【注意】可以把小数点向左移动到最高数位, 移动的位数  $n$  就是科学记数法中 10 的指数 .

栗子13

26. 过度包装既浪费资源又污染环境 . 据测算, 如果全国每年减少10%的过度包装纸用量, 那么可减排二氧化碳3120000吨, 把数3120000用科学记数法表示为 ( ) .

- A.  $3.12 \times 10^5$       B.  $3.12 \times 10^6$       C.  $31.2 \times 10^5$       D.  $0.312 \times 10^7$

【备注】用科学记数法表示的数只改变数的形式, 而没有改变数的大小; 带单位的数要先转化为原数, 再用科学记数法来表示.

【答案】B

【解析】 $\because 3120000 = 3.12 \times 1000000$ ,

$\therefore 3120000 = 3.12 \times 10^6$  .

故选B .

【标注】【知识点】科学记数法：表示较大的数

### 2. 近似数

1. 四舍五入：保留一位小数、也即取这个数精确到十分位的近似数, 就要把十分位以后的部分全部省略再看百分位, 如果百分位的数字大于或等于5则向前一位进一、小于5则舍 .

如： $\pi = 3.1415926 \dots$  (精确到个位)： $\pi \approx 3$ ；

$\pi = 3.1415926 \dots$  (精确到百分位或说精确到0.01位)： $\pi \approx 3.14$ ；

$\pi = 3.1415926 \dots$  (精确到千分位或说精确到0.001位)： $\pi \approx 3.142$ ；

$0.96964$  (精确到个位)： $0.96964 \approx 1$ ；

$0.96964$  (精确到十分位或说精确到0.1位)： $0.96964 \approx 1.0$ ；

$0.96964$  (精确到千分位或说精确到0.001位)： $0.96964 \approx 0.970$  .

2. 对绝对值特别大的数取近似数时, 结果可以用科学记数法表示.

如: 189 000 (精确到万位):  $189\,000 \approx 1.9 \times 10^5$  或 19 万;

189 000 (精确到十万位):  $189\,000 \approx 2.0 \times 10^5$ .

3. 有效数字: 对于一个近似数, 从 左边 第一个 不是0 的数字起, 到精确到的位数为止, 所有的数字都叫做这个数的有效数字.

**【备注】【注意】**

① 求近似数时可以挪动小数点 (对整数可以把个位后面当成小数点的原始位置再向左移动), 挪到要精确的数位后面再看后一位的数字 (比如要精确到十分位就挪到十分位后再看百分位数字), 挪动的数位个数就是科学记数法中 10 的指数;

② 近似数 1 和 1.0 的精确度是不同的, 最后的 0 不能省略.

**栗子14**

27. 用四舍五入得到近似数中, 含有三个有效数字的是 ( ).

A. 0.5180

B. 800万

C. 0.05180

D. 5.0018

**【答案】B**

**【解析】** 0.5180 的有效数字为 5、1、8、0; 800 万的有效数字为 8、0、0; 0.05180 的有效数字为 5、1、8、0; 5.0018 的有效数字为 5、0、0、1、8.

故答案为 B.

**【标注】【能力】** 运算能力

**【知识点】** 有效数字

28. 请回答下列问题:

(1) 2317000 用科学记数法表示是 \_\_\_\_\_.

(2) 2.5678 精确到百分位的近似数是 \_\_\_\_\_.

(3) 近似数  $1.03 \times 10^4$  精确到 \_\_\_\_\_ 位.

**【备注】** 一个近似数的精确度有三种表达方法: (1) 用数位表示, 如精确到千位或千分位等; (2) 用小数点表示, 如精确到 0.1 或 0.01 等; (3) 对带有单位的数用单位表示, 如精确到 kg, m 等.

**【答案】** (1)  $2.317 \times 10^6$

(2) 2.57

(3) 百

**【解析】** ( 1 ) 根据科学记数法可知  $2317000 = 2.317 \times 10^6$  .

( 2 )  $\because 2.5678$  精确到百分位 , 四舍五入 ,

$$\therefore 2.5678 \approx 2.57 .$$

( 3 )  $1.03 \times 10^4 = 10300$  , 其中 “3” 精确到百位 .

故答案为 : 百 .

**【标注】** 【知识点】 精确数位

【知识点】 科学记数法 : 表示较大的数